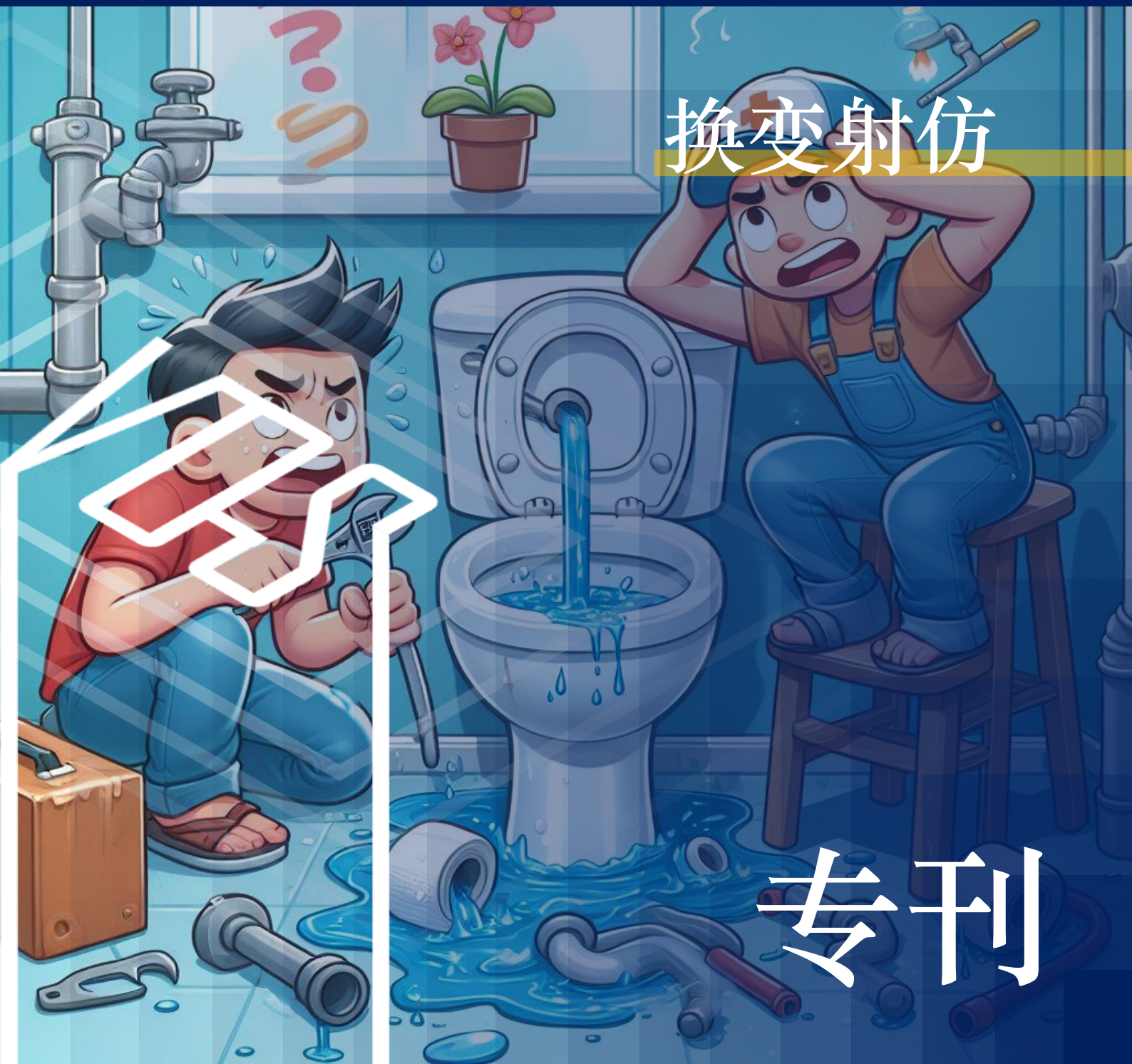


# 冲水问题

仿射变换



专刊

# 冲水问题

## 仿射变换

众所周知，在集体宿舍的公共厕所里，总有各种原因（粘度太高冲不下去，玩手机忘了，或者单纯报复社会）导致有没冲的坑位。任何人都不想用还有屎的坑位吧。

我今天进入厕所时，正好遇到一位老哥从某个坑位里出来。

与他擦肩而过的一瞬间，我脑海里开始飞速的思考：

**问题.** 究竟是他用过的坑位没冲过的概率高呢，还是没用过的坑位概率高呢？

在讨论这个问题之前，我们先来进行一些假设：

(1) 厕所里只有两个坑，记为 1 号与 2 号，刚刚那位老哥用的是 1 号。所以现在需要比较 1 号与 2 号的冲过概率大小。

(2) 认为保洁阿姨清理与宿舍同学上厕所的频率是定值，因此此时坑位在没有任何其它条件下冲过的概率是定值，记为  $s$ 。

(3) 如果有冲过的坑位，同学一般会选择冲过的坑位。但万一两个坑都有屎，为了解决燃眉之急，屎上加屎也无可厚非。在状况相同的前提下，我们记选择 1 号坑位的概率为  $p$ 。

注意到“老哥从某个坑位出来”这件事本身说明这个坑位干净的概率更高，所以该问题没有看上去那么显然。

根据题目假设，不难给出“各个坑位有没有冲过”的条件下“老哥在 1”的概率：

	2 冲了	2 没冲
1 冲了	$s^2p$	$s(1-s)$
1 没冲	0	$(1-s)^2p$

因此在老哥上厕所前，1 冲了的概率是  $\frac{s^2p+s(1-s)}{s^2p+s(1-s)+(1-s)^2p}$ ，而 2 冲了的概率是  $\frac{s^2p}{s^2p+s(1-s)+(1-s)^2p}$ 。值得注意的是：这些值都依赖于  $s$ 。因此“老哥去 1 号上厕所”与“2 号坑位有没有冲过”并不是独立事件。

在老哥上完厕所后， $shit := \frac{l \text{ 冲概率}}{2 \text{ 冲概率}} = \frac{(sp+(1-s))l}{sp}$ ，其中  $l$  表示他冲的概率。如果  $shit > 1$ ，即  $l > \frac{sp}{sp+1-s}$ ，那么 1 号坑位干净概率更大，我应该先看 1，否则我应该选择 2 号坑位。

具体的结果依赖于代数值。很难否认，1 号坑位的条件更好，毕竟有放手机的地方。因此我们近似认为  $p = 2/3$ 。此外，根据我多年上厕所的经验， $s = 4/5$ 。代入两个数据知  $p_0$  的临界值大约是  $8/11$ 。

在完成上述一整套心算后，我转过头，向刚刚那位同学问到：“嘿，哥们，你冲水的概率有 72% 吗？”

“傻逼。”