

## SHU(MRU) 物理学院-每日一题 6

Prof. Shu

2023 年 7 月 9 日

### 题目 6.

假设现在极精确的测量已经揭示出库仑定律的误差. 两个点电荷之间的作用力为

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \left(1 + \frac{r}{\lambda}\right) e^{-r/\lambda} \hat{\mathbf{r}},$$

式中,  $\lambda$  是一个新的自然常数 (很大). 试按照新发现的定律重新表述静电学. 假设叠加原理依然成立.

1. 如果电荷分布密度是  $\rho$ , 电场是什么.
2. 是否存在标量势. 简单解释.
3. 如果你认为存在电势, 求出一个点电荷的电势 (选择  $\infty$  为参考点).
4. 修正高斯定理.
5. 修正泊松公式.

**题目 6 的提示.** 第四问如果正向推不出来, 可以尝试在原来高斯定理的左端加入一项有关电势的体积分项.

### 题目 5 的参考答案.

设各小球偏离平衡位置的位移为  $u_n$  ( $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ), 则各小球的动力学方程为:

$$m\ddot{u}_n = k(u_{n-1} + u_{n+1} - 2u_n). \quad (1)$$

猜测各小球的振动形式为

$$u_n = A_n \cos \omega t,$$

代入 (1), 得

$$-m\omega^2 A_n = k(A_{n-1} + A_{n+1} - 2A_n),$$

即

$$A_{n-1} + \varepsilon A_n + A_{n+1} = 0, \quad (2)$$

式中

$$\varepsilon = \frac{m\omega^2}{k} - 2.$$

各  $A_n$  有非零解的条件是 (2) 的行列式为零:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & \varepsilon & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \varepsilon & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \varepsilon & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \varepsilon & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \varepsilon \end{vmatrix} = 0,$$

解得

$$\varepsilon_1 = 2, \omega_1^2 = \frac{4k}{m}; \varepsilon_2 = -2, \omega_2^2 = 0; \varepsilon_{3,4} = 1, \omega_{3,4}^2 = \frac{3k}{m}; \varepsilon_{5,6} = -1, \omega_{5,6}^2 = \frac{k}{m}.$$