

SHU(MRU) 物理学院-每日一题 20

Prof. Shu

2023 年 7 月 25 日

题目 20.

电像法

1. 在一个位于 $z = 0$ 的接地导体平面上方的 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 点放置一个 $q = 1$ 的点电荷. 写出该问题对应的方程并求解导体上方的电势分布.

1. 在一个以 O 为中心, 以 R 为半径的接地导体球壳内的 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 点放置一个 $q = 1$ 的点电荷. 写出该问题对应的方程并求解球壳内的电势分布.

题目 19 的参考答案.

这里给一种比较简单的解法. 类比静电场的高斯定理, 可以写出牛顿引力场的“高斯定理”:

$$\oint \mathbf{f} \cdot d\mathbf{S} = -4\pi G \sum_i M_i$$

其中 \mathbf{f} 满足

$$\mathbf{f} = -\frac{GM}{r^2} \mathbf{e}_r.$$

在本题中, 利用牛顿引力场的“高斯定理”, 可得

$$f \cdot 4\pi r^2 = -4\pi G \int_0^r \rho(r') \cdot 4\pi r'^2 dr' \quad (1)$$

由于 f 是定值, 所以

$$\int_0^r \rho(r') r'^2 dr' = -\frac{f}{4\pi G} r^2 = C' r^2 \quad (2)$$

两边求导并整理, 可得

$$\rho(r) = \frac{2C'}{r} = \frac{C}{r} \quad (3)$$

C 可以是大于 0 的任意常量.